正準量子化原理と一般ゲ-ジ原理. 2017/2/26,3/22,25.

量子場論(素粒子論)は少数公理的に,単純厳格に建立可能な事を如何に示す。遣る事は２原理からの **Lagrangean の建立**、一度完成すればそこから全部情報が出るのが力学。

[0]:**特殊相対性原理**<任意の慣性系直交座標で、物理方程式は不変形式(Lorentz 共変)>.

慣性系＝相互作用力の無い場の物質運動式は Lorentz 変換不変性(共変要請)と量子化だけで自由場運動の基礎方程式が決定。後の局所 guage 変換共変要請では相互作用力が決定。

(1)**4 元運動量ノルム不変性**:. $p_\mu=(p_0=iE/c,\mathbf{p}=p_1,p_2,p_3)$. → $p_\mu p_\mu\equiv\Sigma_{\mu=0}{}^3 p_\mu p_\mu=-m^2c^2$(不変量).

(2)**Klein-Gordon 方程式 (Boson 場).**

量子化：$p_\mu\equiv-i\hbar\partial/\partial x_\mu\equiv-i\hbar\partial_\mu$. → $-\hbar^2\partial_\mu\partial_\mu\phi\equiv-\hbar^2\Box\phi=-m^2c^2\phi$.

(3)**(相対論的物質 spinor 場 Schrodinger 方程式)＝Dirac 方程式.**

$0=(p_\mu p_\mu+m^2c^2)=(-i\gamma^\mu p_\mu+mc)((i\gamma^\nu p_\nu+mc)=\gamma^\mu\gamma^\nu p_\mu p_\nu+m^2c^2$.

$\rightarrow(\gamma^\mu\gamma^\nu+\gamma^\nu\gamma^\mu)=2\delta^{\mu\nu}$. γ^μ＝最低４次元以上の行列表現。 ϕ＝(N 行 1 列多成分場)

$\rightarrow 0=(-i\gamma^\mu p_\mu+mc)\phi=(\hbar\gamma^\mu\partial_\mu+mc)\phi$. . . . **Dirac 方程式.**

＊相互作用のない**自由場**での spinor 場＝ϕ<電子,一般に素粒子>運動式.

(4)**自由 spinor 場 Lagragean 密度**＝$\mathscr{L}_\phi$<energy 体積密度次元>と Euler 方程式。

$\mathscr{L}_\phi(\phi,\overline{\phi})=-c\overline{\phi}(\hbar\gamma^\mu\partial_\mu+mc)\phi$. <$\phi\equiv\phi*\gamma^0$. (1 行 N 列多成分場)>.

Euler 方程式。 $0=\partial\mathscr{L}_\phi/\partial\overline{\phi}=-c(\hbar\gamma^\mu\partial_\mu+mc)\phi$. **Dirac 方程式.**

☞：関係上は$(\overline{\phi},\phi)$独立でないが作用変分では人為独立操作でうまく行く、

[1]:正準量子化原理(英文).

http://www.777true.net/CANONICAL-QUANTIZATION-PRINCIPLE.pdf

[2]:**一般 guage 原理<局所 guage 変換での物理＝Lagrangean 不変要請>.**

以下では並行移動を物理不変と認識する方法で簡易に共変微分中に guage 場出現。

(1)**spinor 場の局所 guage 変換(之で物理は不変＝並行移動！)と共変(不変)微分の定義。**

$\delta\phi(x)\equiv\varepsilon^a(x)G_a\phi(x)$. . . . . 局所 guage 変換の原初定義.

*Lie 代数定義：$[G_p,G_q]\equiv G_pG_q-G_qG_p=f_p{}^r{}_qG_r$. 行列で表現できる。

＊ $\delta\phi(x)\equiv\varepsilon^{\mu\nu}(x)G_{\mu\nu}\phi(x)$. . . . . . 局所 Lorentz 変換(等価原理；$G^{\mu\nu}=\gamma^\mu\gamma^\nu/4$).

$\phi(x+\Delta x)_{//}\equiv\phi(x)+\varepsilon^a(x)G_a\phi(x)=\phi(x)+\Delta x_\mu\cdot\partial_\mu\varepsilon^a(x)G_a\phi(x)$

＊**平衡移動の定義**(之で物理は不変)。

＊微分演算の共変化＝不変微分定義:$\lim\ \Delta x\rightarrow0[\phi(x+\Delta x)-\phi(x+\Delta x)_{//}]/\Delta x$

$=\partial_\mu\phi(x)-A^a{}_\mu(x)G_a\phi(x)\equiv D_\mu\phi(x)$.

(2)局所 guage 変換と guage 場$A^a{}_\mu$出現<相互作用が出現する一般場の不変形式>。

→ $\partial_\mu\varepsilon^a(x)\equiv A^a{}_\mu(x)$。<変換 parameter ε^aから場$A^a{}_\mu$の**第一拘束式実現！**>

(3)**Spinor Field Lagrangean**.

$\mathcal{L}_S(\phi, A) = -c\bar{\phi}(\hbar\gamma^\mu D_\mu + mc)\phi = -c\bar{\phi}(\hbar\gamma^\mu(\partial_\mu + gA^a{}_\mu(x)G_a) + mc)\phi$.

☞：形式上で$\bar{\phi}=\gamma^0\phi^*$と$\phi$は独立に変分と要請する。

$\mathcal{L}_I = -gc\hbar\bar{\phi}\gamma^\mu A^a{}_\mu(x) G_a\phi \equiv j^a{}_\mu(x)A^a{}_\mu(x)$.　spinor×guage 場相互作用。

＊$j^a{}_\mu(x)$＝Noether **電流**と$A^a{}_\mu$が主役 s となることが見える。上記以外にも複数ある(8)。

(4)**正準量子化**＝B^a(**双極子密度**)場導入)伴う　局所 guage 変換$\varepsilon^a(x)$の**第二拘束式**。

ＦＰghost 場 Lagrangean の**確率振幅経路積分法**＊に拠らない別導出法試論？？。 伝聞で Weinberg は経路積分以外による FPghost 項 Lagrangean 追求、だが成らずとか、 下記は gauge 場 x spinor 場と類似思想採用で FPghost 項を得るが、丁稚上げ?!. ＊L.D.Faddeev&V.N.Popov,Phys Lett,**25B**(1967),29.

(a)$B^a \equiv \partial\mathcal{L}_B(B)/\partial(ic\partial_0 A^a{}_0)$. →　$\mathcal{L}_B(B) \equiv icB^a\partial_\mu A^a{}_\mu + \frac{1}{2}\alpha^a B^a B^a$... **B field Lagrangean**.

$[B^a(x'), A^a{}_0(x)] = i\hbar\delta(\mathbf{x}'-\mathbf{x})$.........同時刻**正準量子化!!**(R.Utiyama,1959).

＊$\mathcal{L}_B(B) \equiv icB^a\partial_\mu A^a{}_\mu + \frac{1}{2}\alpha^a B^a B^a$.....反応＝$J^a{}_\mu A^a{}_\mu$型 Hamiltonian が実現しない。→(6)

一般 guage 場$A^a{}_0$の正準共役変数<**正準量子化**>としてB^a場がかように導入されるのだが, $\mathcal{L}_{GF}(B)$は自由運動的で相互作用的な項が出現しない。相互作用に関する物資場と 真空双極子場の対称性が成立しない。→ (5)(6).

(b)**guage 場変換則**:: $\delta A^a{}_\mu = \partial_\mu\varepsilon^a + f_b{}^a{}_c\varepsilon^b A^c{}_\mu \equiv D_\mu\varepsilon^a$.

証明趣旨:$0=\delta\mathcal{L}_{GF}(\phi\ ;\ D_\mu\phi) = \partial\mathcal{L}_{GF}/\partial(D_\mu\phi_A)[\partial_\mu\varepsilon^a + f_b{}^a{}_c\varepsilon^b A^c{}_\mu - \delta A^a{}_\mu]G_A{}^C\phi_C$.

非局所&局所 gauge 変換$\{\delta\phi_A, \delta A^a{}_\mu\}$双方で$\mathcal{L}_{GF}$不変要請すると上式が出る。

＊R.Utiyama,Phys.Rev.**101**(1956),1597<Invariant theoretical interpretatio of interaction>.

当時筆者はほぼ予備知識無くても正確に読めた例外的論文(計算だけ)。他は冒頭がそも判りにくい。

参考書：鈴木基司, p16~18, **量子重力力学と超統一場論**、時事問題工房, 1996

原理積み上げ構成的にできてます。

(c)Lagragean からのB^aEuler 方程式(guage 不変)。→　$0=\partial\mathcal{L}_B(B)/\partial B^a = ic\partial_\mu A^a{}_\mu + \alpha^a B^a$.

$0 = ic\partial_\mu A^a{}_\mu + \alpha^a B^a = ic\partial_\mu(A^a{}_\mu + \delta A^a{}_\mu) + \alpha^a B^a = ic\partial_\mu\delta A^a{}_\mu = ic\partial_\mu D_\mu\varepsilon^a = 0$.

→　$0 = \partial_\mu D_\mu\varepsilon^a \equiv \partial_\mu D_\mu C^a$......**第二拘束式実現！の為の gohst 場**＝C^a**場の存在**。

正準量子化として双極子密度場＝B^aが導入され、B^aの Euler 方程式が gauge 不変と要請 すれば**第二拘束式**→　$0=\partial_\mu D_\mu\varepsilon^a$。この実現の為に[**2**](2)同様にもう一つの場自由度として $\{\bar{C}^a\ ;\ C^a\}$が浮上。双対 2 変数にする理由は$J^a{}_\mu A^a{}_\mu$型 Hamiltonian が実現(5)(6)。

(5)**物質場と真空場の対称性**。

真空場(物質反物質双極子場)は**矛盾実現場**であり、**何でもあり！！！**。ならば

上記$\mathcal{L}_I$<$A^a{}_\mu$と$(\bar{\phi}, \phi)$反応>相似の真空場反応が必要になる<$A^a{}_\mu$と FPghost $(\bar{C}^a, C^a)$反応>。

(6)**FP Gosot Lagragean** 密度と Euler 方程式<結合定数 χ と双対場 $\overline{C}^a$)>。

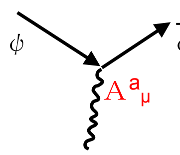
$\mathcal{L}_{FP}(\overline{C}^a;C^a)=-\chi\overline{C}^a\cdot\partial_\mu D_\mu C^a$. . . . . . . spinor 場＝$\phi$、<<[0](4)；[**2**](3)と同じ思想>>.

$=-\chi\partial_\mu\langle\overline{C}^a D_\mu C^a\rangle+\chi\partial_\mu\overline{C}^a\cdot D_\mu C^a$　　注)灰色部分は表面積分で消失。

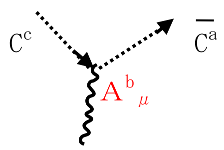
$=\chi\partial_\mu\overline{C}^a\cdot D_\mu C^a=\chi\partial_\mu\overline{C}^a\cdot\partial_\mu C^a+\chi g\partial_\mu\overline{C}^a f_b{}^a{}_c A^b{}_\mu C^c\equiv\mathcal{L}_{FP0}+\mathcal{L}_{FPI}$.

$*\mathcal{L}_I=-gc\hbar\overline{\phi}\gamma^\mu A^a{}_\mu(x)G_a\phi$. . . . . $j^a{}_\mu A^a{}_\mu$型場相互作用

$\mathcal{L}_I=-gc\hbar\overline{\phi}\gamma^\mu A^a{}_\mu(x)G_a\phi$.



$\mathcal{L}_{FPI}=\chi g\partial_\mu\overline{C}^a f_b{}^a{}_c A^b{}_\mu C^c$.



左 Feymann 図で
反応の類似性が見える。
物質場と真空場の対称性(5)

(7)Euler 方程式.

$\mathcal{L}_{FP}(\overline{C}^a;C^a)=-\chi\overline{C}^a\cdot\partial_\mu D_\mu C^a$. . . . . . . FP ghost Lagrangean.

→(a)Euler 方程式<C^a **方程式.**>。$0=\partial\mathcal{L}_\phi/\partial\overline{C}^a=-\chi\partial_\mu D_\mu C^a$.

$\mathcal{L}_{FP}(\overline{C}^a;C^a)=\chi\partial_\mu\overline{C}^a(\partial_\mu C^a+gf_b{}^a{}_c A^b{}_\mu C^c)=\chi\partial_\mu\overline{C}^c(\partial_\mu C^c+gf_b{}^c{}_a A^b{}_\mu C^a)$.

→(b)Euler 方程式<$\overline{C}^a$ **方程式.**>。

$0=\partial\mathcal{L}/\partial C^a-\partial_\mu[\partial\mathcal{L}/\partial(\partial_\mu C^a)]=-\chi(\partial_\mu\partial_\mu\overline{C}^a+gf_b{}^a{}_c A^b\partial_\mu\overline{C}^c)=-\chi D_\mu\partial_\mu\overline{C}^a$.

$*\ \partial_\mu D_\mu\varepsilon^a(x)=\partial_\mu D_\mu\xi^a(x)=0.\rightarrow$

$C^a=A\varepsilon^a(x)+B\xi^a(x).\rightarrow\partial_\mu D_\mu C^a=A\partial_\mu D_\mu\varepsilon^a(x)+B\partial_\mu D_\mu\xi^a(x)=0$.

☞:だから $\varepsilon^a(x)$ と $C^a(x)$ は同一物ではない。

(8)**QGD Hamiltonian of free terms and interaction terms.**

($\overline{C}^a$；C^a)場が無いと、gauge 場と双極子密度場との相互作用が存在しない事になる。
核子双極子が作れないので**一般物質空間移動**が不可能、

(a)**一般 gauge 場(含む SO(11;1)QGD)Lagrangean の決定**、

http://www.777true.net/img008-Quick-Guide-to-Quantum-Gravitational-Dynamics.pdf

$\mathcal{L}_{QGD}\equiv\mathcal{L}_S+\mathcal{L}_B+\mathcal{L}_G+\mathcal{L}_{FP}=-c\overline{\phi}[\hbar\gamma^\mu(\partial_\mu+gA^a{}_\mu Q_a)+mc]\phi+icB^a\partial_\mu A^a{}_\mu+½\alpha{}^aB^aB^a$

$-(1/2\eta)(\partial_\mu A^a{}_\nu-\partial_\nu A^a{}_\mu+gf_b{}^a{}_c A^b{}_\mu A^c{}_\nu)^2+\chi\overline{C}^a\cdot\partial_\mu(\partial_\mu C^a+f_b{}^a{}_c A^b{}_\mu C^c)$.

☞:$\mathcal{L}_G$ 項以外はここまで全部導出した。この部分は電磁場$-(1/2\eta)(\partial_\mu A_\nu-\partial_\nu A_\mu)^2$の非可換 gauge 拡張形式。以下に証明あり。$\mathcal{L}_{FP}$ FP gohst は以下論文が原著。

＊R.Utiyama,Phys.Rev.**101**(1956),1597<Invariant theoretical interpretatio of interaction>.
＊L.D.Faddeev&V.N.Popov,Phys Lett,**25B**(1967),29.

判り易いのは筆者の p22, p23, **量子重力力学と超統一場論.**

(b) $\mathscr{H}_{QGD} \equiv \Pi_{Q} \partial_{t} Q - \mathscr{L}_{QGD}$

$= -c\hbar \phi^{*} \partial_{0} \phi + icB^{a} \partial_{0} A^{a}_{0} - (1/\eta)(\partial_{0} A^{a}_{\mu} - \partial_{\mu} A^{a}_{0}) \partial_{0} A^{a}_{\mu} - \chi \partial_{0} \overline{C}^{a} \partial_{0} C^{a} - \mathscr{L}_{QGD}$

$= \mathscr{H}^{0}_{QGD} + \mathscr{H}^{I}_{QGD} \equiv \mathscr{H}^{0}_{QGD} + J^{a}_{\mu} A^{a}_{\mu}.$

$= c\hbar \overline{\phi} \gamma^{k} \partial_{k} \phi + \overline{\phi} mc^{2} \phi$

$-\{(1/2\eta)(\partial_{0} A^{a}_{k} - \partial_{k} A^{a}_{0})^{2} + (1/2\eta)(\partial_{k} A^{a}_{l} - \partial_{l} A^{a}_{k})^{2}\} - (1/\eta)(\partial_{0} A^{a}_{k} - \partial_{k} A^{a}_{0}) \partial_{k} A^{a}_{0}.$

$-icB^{a} \partial_{k} \mathbf{A}^{a}_{k} - (\alpha^{a}/2) B^{a} B^{a} + \chi \partial_{k} \overline{C}^{a} \partial_{k} C^{a}$

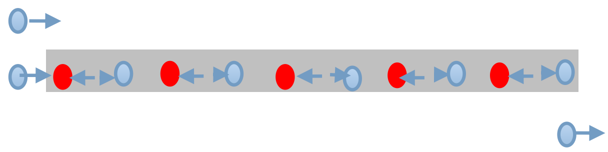
$$\left.\begin{array}{l} + gc\hbar \overline{\phi} \gamma^{\mu} A^{a}_{\mu} \mathbf{Q}_{a} \phi \\ + (1/\eta) g f_{a}{}^{c}{}_{b} A^{a}_{\mu} A^{b}_{\nu} (\partial_{\mu} A^{c}_{\nu} - \partial_{\nu} A^{c}_{\mu}) \\ + (1/2\eta)(g^{2} f_{a}{}^{f}{}_{c} f_{d \neq a}{}^{f}{}_{e} A^{a}_{\mu} A^{c}_{\nu} A^{d}_{\mu} A^{e}_{\nu}) \\ + \chi g f_{a}{}^{c}{}_{b} \partial_{\mu} \overline{C}^{c} A^{a}_{\mu} C^{b}. \end{array}\right\} \mathscr{H}^{I}_{QGD} \equiv J^{a}_{\mu} A^{a}_{\mu}.$$

(9)**真空偏極双極子連鎖での物質空間移動反応。**

(a)

(b)

(c)



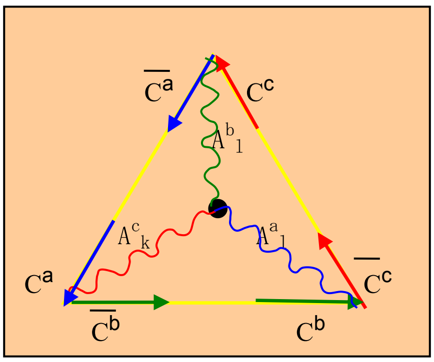
(b)は**真空偏極**対創始反応

とつずく対消滅反応で、

右端が生き残り、

この反応は**非可観測**(光速度違反取締不可)で、だから瞬時移動反応になる。素粒子位置が確率的である起源、この模型使用で有名な**一個電子の２スリット同時通過問題**が解消する。

＊**nucleon dipole formation reaction by FP ghost** $\{\overline{C}^{a}, C^{a}\}$ **with gauge field** $\{A^{a}_{\mu}\}$.



This is **complex particle dipole**

such as **nucleon of 3 quaks**(a,b,c).with

gauge field$\{(\partial_{\mu} A^{a}_{\nu} - \partial_{\nu} A^{a}_{\mu}) f_{b}{}^{a}{}_{c} A^{b}_{\mu} A^{c}_{\nu}\}$.

Not only elementary particle,but also **any complex particle has dipole ghost in vacuum.**

*this was authors assumption,but not verified.

This complex dipole could be negative energy field.

$0 = ic \partial_{\mu} D_{\mu} C^{a} = \Box C^{a} + g f_{b}{}^{a}{}_{c} \partial_{\mu} (A^{b}_{\mu} C^{c})$. 〈$C^{a}$ is zero mass field〉

結論：$J^{a}_{\mu} A^{a}_{\mu}$型の反応 Hamiltonian は全て**局所 guage 不変性原理**から導出されてる(8)。

量子化の原理は反応場演算子代数(交換関係、反交換関係)を定義してる。

特にB^{a}場はA^{a}_{μ}**の正準共役量として導入された。**C^{a}場は **guage 不変**から派生だから

量子化の原理と**局所 guage 不変性原理**の両方を親にする。

付録１：**Reference in website:**

Quantum field theory and the Standard Model W. Hollik,Max Planck Institut für Physik

https://cds.cern.ch/record/1281946/files/p1.pdf

Quantum Field Theory - damtp - University of Cambridge

http://www.damtp.cam.ac.uk/user/tong/qft/qft.pdf

Introduction to Quantum Field Theory Matthew Schwartz,Harvard University

http://isites.harvard.edu/fs/docs/icb.topic521209.files/QFT-Schwartz.pdf

＊上記教科書は**公理構成的発想**ではできておらず、結果羅列で非常に判り図らい。
要するに**基礎原点**から**一個ずつ確認階段を上る**という統合思想が薄い。