07/10/7.

ー経済論の数学入門ー

読者に問題を解く事の要求はなし？、必要な数式の**意味解釈**が出来ることを要求します！。
学校数学は計算問題に集中するが本講座では現場対応の意味概念と解釈を重視する。

❶**論理**(条件法と因果律、無矛盾性、完全性定理、不完全性定理)、
科学根源は「ＡならばＢである」の断定文(**命題**)が**真**か**偽**かの判定に始まるだろう、
実現こそは真に他ならない。物質世界究極特徴は「ＡならばＢである」と「ＡならばＢでない」が同時に実現しない**無矛盾性**にある。だから**片方は必ず真(実現)になる**.
それは原因→結果の一対一対応＝因果律なる時が多い。物質世界本質が**無矛盾性**にあり,
それは自然に因果法則(**数学化**)に相当する事を証明。　結果が唯一Ｂに決定が**因果律**,
(完全性定理)、結果が**偶然多岐実現**[B_1, B_2, B_3, ... , B_N]が確率統計論(不完全性定理).

❷**集合と一対一対応**(因果律，代数、関数，演算子)、
数学本質を一言すれば集合の**要素間の一対一対応の構造(因果律)を極める**事にある。

❸**解析学**(代数、実用関数例、極限法と微分積分法、微分方程式)、
真理は主観抜きの**普遍存在**,その記載には普遍文法(**論理**)と形容的名詞(**数**)が必然化。
数字で嘘を言も可能だが,主観抜きの説得力ある方法が**計量化**以外に無い事を認識。
因果法則**数学化**の中心概念は**関数**にあり,応用範囲が広い。関数は原因→結果を結ぶ
情報機構に相当する。**解析学**は関数を微細加工して味(情報)を出し,かつ関数自体も
決定するのが**関数方程式.**
❹線形代数(ベクトルと行列),　❺確率統計数学。

☞：トコトン納得を詰める。簡単に判ったと言わない．何度も気分転換でやり直し,ダイアと虫を探す。
問題に何年何十年も関われるがプロ,早わかり,早食い,早とちり,早何とかは早自滅！.

❶論理(条件法と因果律、無矛盾性、完全性定理、不完全性定理)：

①命題：

科学根源は「ＡならばＢである」≡**「Ａ→Ｂ」**の断定文が**真**か**偽**かの判定に始まる。、
真偽判定対象になる断定文を**命題**と呼ぶ。通常それは広い意味での原因から結果に及ぶ
記述になる。即ち**「A(原因)ならばB(結果)である」**。この形式を**条件法**命題と呼ぶ場合もある。
☞：Ａ,Ｂも個々に主語述語を備えた断定文である事を以下の例から了解されたし。

例)(1)商取引では通貨と財サビスが交換されるが，その前後に於いて両者通貨総和は不変。
Ａ(結果を生む原因)　⇒　Ｂ(原因からの結果)
(2)所得あらば課税対象,かつカポネには所得があった,だからカポネは課税対象。
(3)大量の偽札作りはインフレを作る。
(4)Ｆは生命、Ｆは必ず死す。　〈99.9999....%正しいが将来は証明されていない〉
(5)宇宙は無から始まった。〈通常無は有を生まない,他方有にあるならば始まりでない〉
(6)自然数の最大値はＭで決定する。〈偽命題〉〉
(7)Ｐはピカソの絵，Ｐは美しい。〈美しいは**真偽確定**対象に無い,アンケートをとるは可〉

☞：(4)(5)(6)命題は真偽が決定できない。**無矛盾命題でも真偽が確定しない物がある**.

②矛盾：

実現こそは真に他ならない。物質世界究極特徴は「ＡならばＢである」と「ＡならばＢでない」が同時に実現しない**無矛盾性**にある。だから**片方は必ず実現(真)になる**.

⑴商人「この矛は如何なる楯も破るよ」、「この楯は如何なる矛にも破れない」.
客人「その矛でその楯を突いたならばどうなる？」⇨ 商人「・・・・・」。
注：客人は商人前言「矛は楯を破る」と後言「矛は楯を破れない」の**肯定否定の両命題の同時実現(≡矛盾命題)**と言う**実現不可能性**を要求。なほ Ｂの否定命題≡┐Ｂと書く。

↗ ┐Ｂ＝真
矛盾命題 Ａ　　↕（同時に真）
↘Ｂ　＝真

ー矛盾崩壊定理ー
矛盾が一度実現すると何でも
真(実現，かつ非実現)になり，
無法則世界になる事が証明可

一般に**物質世界**では肯定命題とその否定命題がＷイメージで同時**実現観測**される事はない。
それ故に物質現世界は無矛盾となる。無矛盾性こそは科学基礎で重大。
☞：物質世界の逆＝真空世界では**真空偏極反応**と言う矛盾実現が起こり重大化する！.
（意思決定の論理［２］❹ を参照）。

⑵だから**矛盾実際は人間言語,紙面等の{嘘,誤り,契約,ソフト,設計等}を介して起こる。**
いわゆる言ってる事と実際に起こってる事の違いが普通言う矛盾になる。嘘は典型。
憲法９条条文相違の自衛隊問題,科学経済拡大と天候＆地上資源大破壊(人類幸福設計).

③決定論的無矛盾命題と因果律（一対一の原因Ａ→結果Ｂの確定的対応）：

⑴上記②冒頭で指摘如く，**確定的な無矛盾命題**は必ず，偽又は真のいずれかに決定する。
勿論有用なのは真の命題で**「A(原因)ならばB(結果)である」の因果律成立**を意味してる。

無矛盾命題　↗ ┐Ｂ＝真、又は偽
Ａ　　↕　　↕
無矛盾命題　↘　Ｂ　＝偽、又は真

再々決定論命題とか確定命題とか述べたが❶① ⑷⑸⑹命題は**真偽決定不可能**な例がある事を述べた. かような命題を**不完全命題**と呼ぶだから上記の真命題は**完全命題**と言う.

⑵**完全命題と因果律：**
無矛盾な決定的（確定的）命題は無矛盾性と決定性から真偽も一つに確定決定が判る。
真な命題「ＡならばＢである」は一つの因果律（原因→結果の一対一確定的対応）になる.
然るに真なる無矛盾決定論命題が証明可能を証明したのが**ゲーデル完全性定理**（1929）。

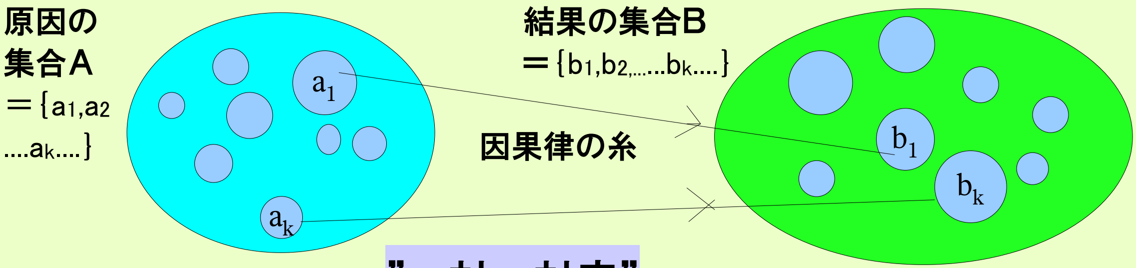
④不完全命題とゲーデル不完全性定理:<不規則ランダム現象性と確率統計論>。

ゲーデルは自然数論Ｎを含む任意の理論には不完全命題がある事を証明（1931）.
証明：自然数の集合Ｎ≡{0, 1, 2, 3, 4, ... } の最大値Ｍは決定不可能にある。
もしＭに決定したとするとＭ＋1は自然数でかつ，Ｍより大きい。

無矛盾な非決定的命題は無矛盾性と非決定性から真偽は一つに確定決定しない。然るに無矛盾性から結果はＢ，又は┐Ｂの一つにある. しかし常時それに確定ならば完全命題だから，ある**観測時**にはＢ， ある時には┐Ｂの**不規則ランダム現象**でなければならない。これらには試行回数Ｎでの B 発生頻度（N_B／Ｎ）→**確率値の存在**が一般証明できる（略）。
☞：確定しない事は**情報不足**になる、日常でも**不確定起因で確率化が起きる<❺ 章へ>.**

❷集合と一対一対応(因果律、関数，演算子，代数)：

我々の日常問題とは**「どうしたならば(原因)、どうなる(結果)」**に集約する。これは原因結果の**一対一対応**≡**因果律**が基本前提としてある。また「どうする？,どうなる？」とは複数の何らかの要素対象を規定する。一定の性質を備える**要素**全てを数え挙げる事(想定範囲)を**集合**と言う。



”一対一対応”

①一定の真偽判定可能な性質の有無で集めらた要素の集団≡集合

集合Ｓに属する要素には**Ｓ固有認定条件**が必要．認定条件に合致の要素数え上げ作業が**想定範囲**

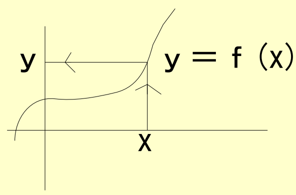
例)自然数の集合Ｎ≡ ｛0, 1, 2, 3, ... ｝．括弧で要素を並べくくる。
* **年収 1000 万以上の日本人≡{税務署はご存知}.** 我々には不明。
* **金融財務企業の集合＝**灰色部分もあるが、知る必要がある。
* **Ａ氏の想定される商売敵～**判定に不変性、客観性が乏しいが必要だろう(想定範囲)．

☞:認定条件は「要素ａは条件Ａを満たす」と言う**真偽判定対象**になる断定文≡**命題**

②一対一対応の実例(入力→[機構機能]→出力)：

⑴世帯存在位置と住所番地, 年金受給者と年金番号, 一般に検索対象と情報管理ファイル、
⑵自動販売機ＳＷと出てくる商品, パチンコスロットマシンは逆にランダムに対応。
　信号増幅回路＝入力信号電力ｓをＡ倍増幅して出力Ｓ＝Ａ×ｓの掛け算機に相当。
⑶**算数と代数：**
　{＋－÷×} ≡◎の演算での数(a, b) ２個に着き, 一つの計算結果数ｃの対応：a◎b＝c.
　但し 1÷0＝無限大＝不定で一対一対応が**非決定**！。 a◎b＝c の機構は**代数**と言う.

⑷**関数**：<詳細は後述>
　　ｙ＝ｆ(x)、ｙ＝ｇ(x1, x2)
　　ｙ＝h(x1, x2, x3, ... , xN).



　ｈの関数は**変数ｘ**がＮ個あり, 夫々に一つずつと数を指定すると関数値ｙ一つが決定。
　計算可能か否かでなく, 変数ｘを指定すると結果ｙが決定する**機構存在**が重大.
例)東経北緯位置と時間(x, y ; t)を指定すると天候状態(温度Ｔ, 風速ｖ, 気圧Ｐ)が決定(?)。
　年月日時 t と日経平均株価Ｎ＝Ｎ(t). 過去値は決定だが, 上記同様に将来予測は難しい。

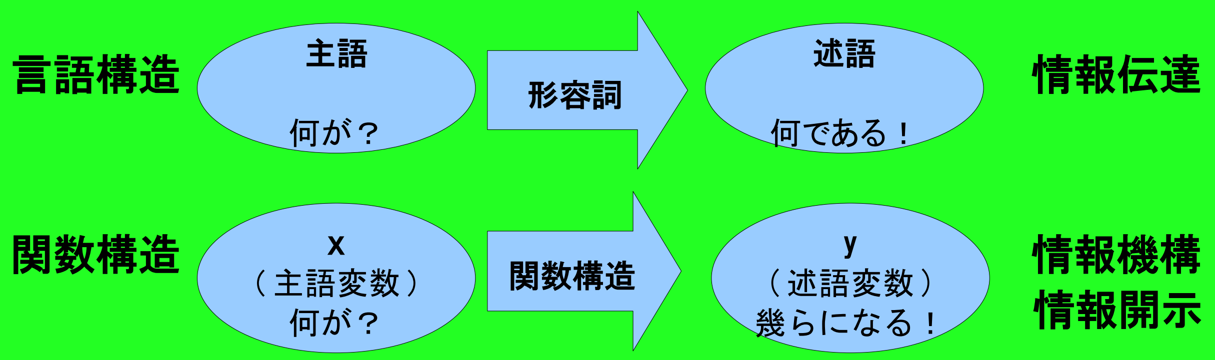
⑸**演算子≡ ｛関数を別な関数に一定規則で変換する｝**：
　｛数の組｝→数への一対一対応が関数だった。関数ｆを別な関数ｇに一一対応させるのが演算子Ｄ。Ｄｆ＝ｇ。[ｒ(x)＋]ｆ＝g、[ｒ(x)×]ｆ＝g. 関数ｒで＋×算も演算子Ｄ,
　後に有用な**微分演算子 d/dx** とか**積分演算子∫dx**. をやる。関数を変換する。
　演算子には掛け算もあるＤ２Ｄ１.ｆとはＤ１.ｆ＝ｇにＤ２ｇ＝ｈの関数を生成する事。

❸解析学：(実用関数例,極限法と微分積分法、微分方程式).

①言語普遍形容的名詞としての「数」と計量化：

⑴言語としての「数」の特別な意味＝「誰にも”10 個は 10 個”の共通の普遍認識」：

昔の教育は「読み書きとソロバン」と言われた。だがこの内容は現代でも成立してる。
痛い,楽しい,冷たい,暑い,長い,短い,安い,高いの形容詞を欠いてて日常会話は成立しない。
だがどの程度は人それぞれの主観に依存する。**だが数字だけは主観がない！**。他方、
<u>**真理には主観がない**。だとするとそれは主観のない形容詞で記述されねばならないだろう</u>。
そこで**数**が浮上する一つの必然が了解されるだろう！<もう一つは推理思考を支配する**論理**>.



⑵**状況証拠：**
物理を筆頭とする自然科学では数を基礎にする数学でどうすればどうなるの因果律が
自然法則として確立している。この事は真理記述に数が介在する一つの現実だろう。
自然法則を利用する物質工学も又その理論記述は数学的になる・建築,通信,化学,....

⑶**お札と経済：**
太古昔から現在まで物々交換は商取引としてある。**だが通貨に勝る交換手段がない。**
然るに**お札は数字**,問題はあれど<u>交換価値を両者合意で**計量化**してるのだ</u>。そんな背景
から社会科学でも最も数学化したのが**経済学**。だが現状は悲惨なのだ,何故か？？？！.
⑷以上理由で**普遍形容的名詞としての数**を面倒だが取りあえず尊重してみようでないか！。

②代数法則：<a≡b は**定義**として両辺は等しいの意味.(..)の内部は先んじて計算の規約>

⑴交換法則：a＋b＝b＋a; a×b＝b×a＝ab＝ba. <<u>**代数の掛け算では×を省略記載**</u>>
⑵**分配法則**：a×(b±c)≡a(b±c)＝ab±bc。

	c	＋ d
a	ac	ad
＋		
b	bc	bd

(a＋b)(c＋d)
＝ac＋ad＋bc＋bd.
<図面積関係から意味が判る>

⑶割算と分数：a÷b≡a/b.
<本ワープロの性質上,上で規約します>

⑷**指数：**$a\times a\times a\times a....\times a\equiv a^n$。<a を n 回数掛ける>. → $a^n\times a^m=a^{(n+m)}$。<n,m は自然数>
$a^n/a^m=a^{(n-m)}$。$a^n/a^n=a^0=1$。$1/a^n=a^0/a^n=a^{-n}$。
$(a^{1/n})^n\equiv a$.＜ $a^{1/n}$ は n 乗すると a に戻る数, $(a^{1/n})^m\equiv$ <u>**$a^{m/n}$ の意味が定義できる**</u>.
☞：任意の分数 n/m が定義できれば全実数に幾らでも近似可能。⇒ **指数関数へ。**

⑸文字変数 abc では 26 個で限られる.そこで文字上下に**小添字**をつけると無制限。
例) x_1、a_0 , a_1, a_2, a_3, . . . , A_{pq}. 最後のは整数の p，q の２重添字.後の行列算で使用。

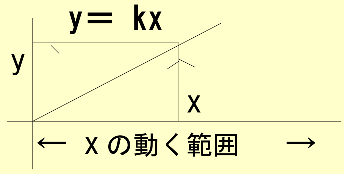
⑹$\Sigma_{k=0}^{n}S_k=\Sigma_{p=0}^{n}S_p$. Σは**数列** $S_k\equiv\{S_0, S_1, S_2, ...\}$ の総和記号で左例では
添字下の０から上のｎまで添え字を動かして和を取る。添字はｋでもｐでも結果は同じ。

③**初等関数ｙ＝f(x)：**<**カリキュレターで**ｘ指定でｙ＝f(x)が即座に得られる>,
この部分は後から読み返しても支障なし。

原因として $(x_1,x_2,....,x_n)$ と個々を指定される **独立変数ｘ** ⇨ $f(x_1,x_2,....,x_n)$ <<**関数構造**>> ⇨ 原因としての独立変数ｘ指定で結果決定の**従属変数ｙ**
ｘ→ｙの対応関係。<一般に一一対応でない場合もある>

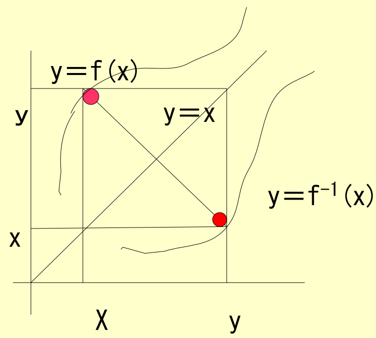
⑴直線関数＝比例関係：<比例関係は最も基礎的な関数関係でいつでも重要になる>.

ｋは一見,文字代数的だが**比例定数**の意味で,
一定の固定数値、ｘは独立変数と呼び,
原因発端としてある範囲の数値内で指定される.
ｙはｘの変化に従い決定で従属変数。



⑵合成関数：
ｙ＝ｆ(x),ｙ＝g(x)の二つの関数があると,ｙ＝ｆ(g(x))。ｘをｇに入れると一つ従属数が決定,その数をｆに入れてｙ決定の２段階勘定。**<u>現実の関数は殆ど合成関数になる</u>**。
例) ｆ(x)＝ax＋b、g(x)＝e^x、a,bは定数.ｇとｆの合成関数g(f(x))＝e^{ax+b}。
単に<u>e^x の”ｘ”を”f(x)＝ax＋b”に置き換えるだけ</u>。

⑶逆関数：
関数ｙ＝f(x)でｘ指定でｙが一つ決定,
逆にｙ指定でｘも戻りで決定. ｘ＝ f^{-1}(y)と書く.
改めて独立変数をｘに,従属変数ｙとして
ｙ＝ f^{-1}(x)が逆関数, 意味は図を参照。
ｙ=ｘに対して**鏡対称**になる。<u>ｙ値指定で
ｘを解く事に相当<方程式解></u>。



☞：グラフが漫画的,容赦を、以下では
各自カリキュレータで表とグラフ作成を。

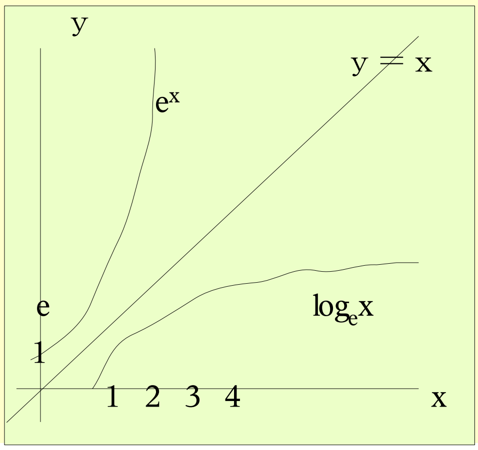
⑷代数関数：ｙ＝x^n≡ｘ×ｘ×ｘ... ×ｘ≡ｘをｎ回掛ける。

$$y=\sum_{k=0}^{n} a_k\cdot x^k \equiv a_0+a_1\cdot x^1+a_2\cdot x^2+a_3\cdot x^3+\cdots+a_n\cdot x^n。$$

上の関数は係数{$a_0,a_1,a_2,a_3,\cdots,a_n$}を適切に選ぶと変数ｘのある区間で計算可能な任意な形の「滑らかに変化する連続関数」を近似製造できる。括弧部分詳細は後述。

⑸指数関数：
ｙ＝e^x。 ...(**指数関数増大**).
<e＝2.781828....(自然対数の底)>.
ｙ＝e^{-x}＝1/e^x。...(**指数関数減衰**).

指数関数,指数関数減衰は各方面に出現する。
鼠算的増大,原価償却等の様々に対応する。

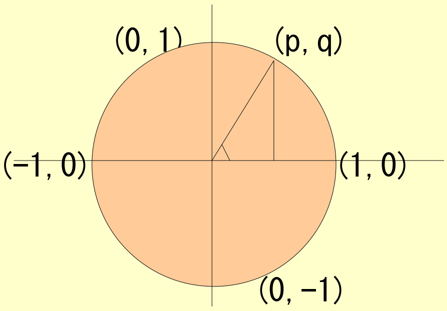


⑹**対数関数：**

　$y=\log_e x\equiv \ln x$.　⇔　$x=e^y$.　〈$\ln\equiv\log$ natural〉

　上記指数関数の逆関数、各方面に出現。意味を了解。

⑺**三角関数：**y＝sinx, cosx, tanx,



「<u>単純に角度ｘのみから決定する関数</u>」。左図は半径１の円、中心に直交座標(p, q)を設ける。半径先端Ｒが(1, 0)より反時計回りに角度ｘだけ回転したときの(p, q)はｘの関数。

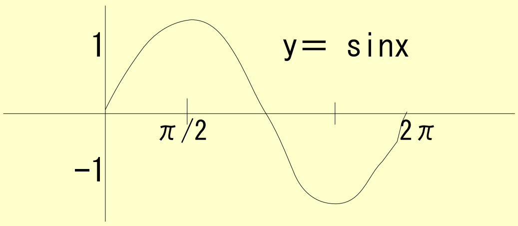
　sinx＝q。　cosx＝p.　tanx＝p/q.

＊通常ｘは半径１円周長のラジアンにとる。

　2π＝360度。 ｘは何回転でもできる。

＊三角関数は三角形幾何学に関係量。

　測量等にも使用される。



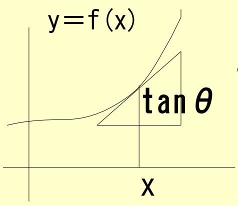
三角関数は２π を一回転＝一周期として同じグラフを反復する性質があり、振動現象、波動場を表現する。世の中には周期現象多数があり, 景気変動に見る如く循環的で周期現象現象一般は「各種波の総和として表現」する事がある。毎秒ｆ回転の振動は角度 ω＝2πf, 時間が０～t 経過後の角度は φ＝2πft. 振幅 y＝sin(2πft). これでは最大振幅１に限定されるので一般に振動幅Ａを掛けて y＝A. sin(2πft). 時刻 t＝0 で y＝0 に限らないので一般に以下式になる。φ＝初期位相角と言う。因みに sin(x＋π/2)＝ cosx. <u>tanx＝q/p は直線 OR の**傾斜値.**</u> 微分で重要になる。

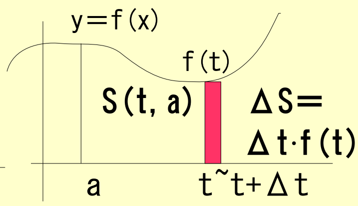
　y＝A. sin(2πft＋φ)＝A. sin(ωt＋φ)。〈 A:振幅；f：周波数；φ：位相角〉

④極限概念と微分・積分の”演算法”。

　関数 y＝f(x)は単に x→y 情報のみに限らず, **微細加工**すると更に情報が得られる。

　関数グラフの局所的な直線傾斜値が**微分値**, 位置ｘでの変化率(**予測**傾向)が判る。特に微分値０はグラフ**頂点値**、又は**底値**に対応。

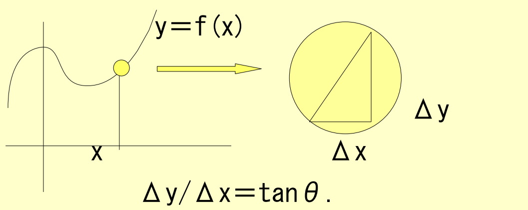




　関数 y＝f(x)曲線グラフとｘ軸間の＝[a, t]区間の面積 S(t, a)が**積分値**。例として

「時間変動する流量ｆ(x)の過去ａから現在ｔまでの蓄積量」。

⑴**微分法：**



Δy/Δx=tanθ.

〈Δx,　Δy は変数 x, y の**微小増分**の意味〉

極限法(a)**：**〈Δx→+0 は Δx を+0 に接近の意味〉

　直線でない**滑らかな**曲線グラフは<u>微細</u>に

　顕微鏡で見れば部分的に直線になる。

　Δx→+0,　Δy/Δx≡df(x)/dx＝tanθ.

例 1)　$y=f(x)=kx.$　⇒　$\Delta y/\Delta x \equiv \langle f(x+\Delta x)-f(x)\rangle/\Delta x=\langle k(x+\Delta x)+kx\rangle\rangle/\Delta x$
$=\langle k\Delta x\rangle/\Delta x=k=\tan\theta$. <直線の微分値は**傾斜値 $k=\tan\theta$**>.

例 2)　$y=f(x)=x^2.$　　$(x+\Delta x)^2=x^2+2x\Delta x+\Delta x^2$。
$\Delta y/\Delta x \equiv \langle f(x+\Delta x)-f(x)\rangle/\Delta x=\langle (x+\Delta x)^2-x^2\rangle\rangle/\Delta x=\langle 2x\Delta x+\Delta x^2\rangle/\Delta x$
$=2x+\Delta x$。従って　Δx　を＋０へ極限的に接近させれば　$\Delta y/\Delta x=2x$。

例 3)　$y=f(x)=x^3.$　　$(x+\Delta x)^3=(x+\Delta x)^2(x+\Delta x)=x^3+3x^2\Delta x+3x\Delta x^2+\Delta x^3$。
$\Delta y/\Delta x \equiv \langle f(x+\Delta x)-f(x)\rangle/\Delta x=\langle 3x^2\Delta x+3x\Delta x^2+\Delta x^3\rangle\rangle/\Delta x$
$=\ 3x^2+3x\Delta x+\Delta x^2 \rightarrow \mathbf{3x^2}(\Delta x\rightarrow +0).$

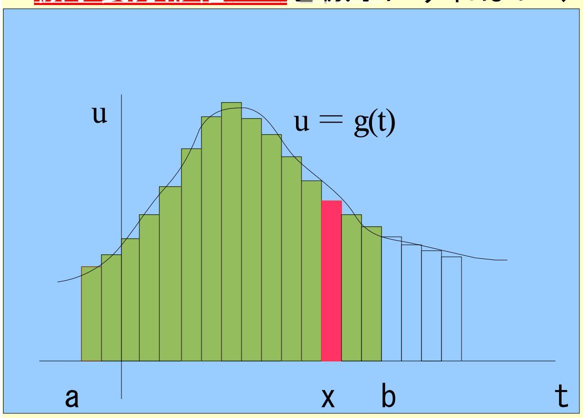
例 4)　$y=f(x)=x^n. \rightarrow\ \ df/dx=\mathbf{nx^{n-1}}.$
「初等関数の**微分演算 D=d/dx** で得る関数(**導関数**)は全て初等関数になる<**微分公式**>」.

例 5) 2 階微分：$(d/dx)S(x)=g(x)$、$g(x)$ をもう一回微分すると $(d/dx)g(x)=(d/dx)^2S(x)$。
一般に 2 階までの微分が大多数だが, **n 階の微分**：$(d/dx)^n f=f^{(n)}$ が定義できる.
＊　$(d/dx)^n\cdot x^n=n\times(n-1)\times(n-2)\times....\times 3\times 2\times 1\times x_0.=n!$. <n の階乗>

例 6) 偏微分：多変数関数 $y=f(x_1,x_2,x_3,...x_N)$ の x_k のみに関する微分≡**x_k に関する偏微分**。
$\partial f/\partial x_k \equiv \Delta x\rightarrow +0, \langle f(x_1,....,x_k+\Delta x_k,....,x_N)-f(x_1,....,x_k+\Delta x_k,....,x_N))\rangle/\Delta x_k.$
「x_k 以外は固定した値での微分」。本文では $\partial f/\partial x_k \equiv \boldsymbol{\partial_k} f$. で略記する場合が多い。
「変数 x_k での偏微分と記憶、$\partial f/\partial t\equiv \partial_t f$. は**時間変数 t での偏微分 ∂_t** で頻用」。

(2)積分法：

極限法(b)：直線でない**連続な**曲線グラフ $u=g(t)$ は**微細な階段的変化の関数で近似**できる。
微小長方形幅 Δt を微小にすればいくらでも精密に面積が近似可能。**<図長方形に注目>**



左図は関数 $u=g(t)$ を幅 Δt の微小長方形で
t の区間 $[a,b]$ と g 曲線下面積 S を極限近似。
$S \fallingdotseq \Delta t\cdot g(a)+\Delta t\cdot g(a+\Delta t)+\Delta t\cdot g(a+2\Delta t)$
$\cdots\cdots+\Delta t\cdot g(b)=\Sigma_k \Delta t\cdot g(t_k).$
k は $[a,b]$ 区間に並んだ長方形の左からの番号。
$g(t_k)$ は k 番目長方形の高さ。Σ_k はその総和。
$\mathbf{S=\Delta t\rightarrow +0\ \ \Sigma_k \Delta t\cdot g(t_k)\equiv \int_a^b dt\cdot g(t)}$。

$S=S(a,b)$ は区間値 (a,b) の関数でもある。
a を一度固定して $b=x$ と変数にすれば $S(a,x)=S(x)$ は x の関数になる。この微分は
$dS/dx\equiv \Delta x\rightarrow +0\ \langle S(x+\Delta x)-S(x)\rangle/\Delta x=\ \Delta x\cdot g(x)/\Delta x=g(x)$。即ち、

(2)　　$dS(x)/dx\equiv (d/dx)S(x)\equiv (d/dx)\int_a^x dt\cdot g(t)=g(x).$

積分 $\int_a^x dt\cdot g(t)$ は $g(t)$ から $S(x)$へ変換する**演算子**に相当だが, それは微分すると元に戻るから微分の**逆演算子**と言う.「**$S(x)=\int_a^x dt\cdot g(t)$ は微分すると $g(x)$ になる関数である！**」.

(3)不定積分と定積分：<c=任意不定の定数で、y=c の傾斜値=微分値０>。

不定積分：　$g(x)=(d/dx)\int_a^x dt\cdot g(t)\equiv (d/dx)F(x)=(d/dx)\langle F(x)+c\rangle.$
$\mathbf{\int_a^x dt\cdot g(t)=F(x)+c.}\Rightarrow 0\equiv \int_a^a dt\cdot g(t)=F(a)+c.\Rightarrow\ \ c=-F(a).$

(3) **定積分：**　$\int_a^b dt\cdot g(t)=F(b)+c=F(b)-F(a)$.

☞：定積分値は上記公式の如く不定積分の関数値差として決定。一般に初等関数すら不定積分は初等関数にならない物が多く、**積分は現場主役的**で必須商売になる。

⑤関数を求める<微分方程式>：

(1)テイラー展開近似：＜任意関数 f(x) を❸③(4)の代数関数で近似＞。

極めて滑らかに変化する**任意関数 f(x)** を❸③(4)の代数関数で近似計算する。

$f(x)=a_0+a_1\cdot x^1+a_2\cdot x^2+a_3\cdot x^3+\cdots+a_n\cdot x^n+\ldots$。(1)**微分法：例5)から** x^n は n 階微分すると 1 になり, その前の項は皆０、後ろは x＝０とすれば皆０になる。

$(d/dx)^n\cdot f(x)=a_n\cdot n!+a_{n+1}\cdot(n+1)!x+\cdots\cdots$. ⇒ $(d/dx)^n\cdot f(x=0)=a_n\cdot n!$。 a_n が決定。

$$\mathbf{f(x)=f(0)+f^{(1)}(0)x+f^{(2)}(0)x^2/2!+f^{(3)}(0)x^3/3!+\ldots\quad+f^{(n)}(0)x^n/n!+\ldots}$$

☞：x=0 での n 階微分値 $f^{(n)}(0)$ が判ると**未来予測**が出来る事になる。現実はそんなに微分できない。

(2)微分方程式：

例1) $y(x)=e^{kx}$.　⇒ $dy/dx=ke^{kx}=ky$.　⇒ $\mathbf{dy}(x)/dx=k\cdot\mathbf{y}(x)$.

例2) $y(t)=A\sin(\omega t+\phi)$.　⇒ $dy/dt=\omega A\cos(\omega t+\phi)$, $(d/dt)^2y=-\omega^2A\sin(\omega t+\phi)$

⇒ $(d/dt)^2\mathbf{y(t)}=-\omega^2\mathbf{y}(t)$.

上記例1,2)は微分したら元の関数≡**y(t)** とどう言う関係かの等式, **y(t)**≡**未知関数**と見れば等式⇒は**微分方程式**と言う。世の中の事象が(偏)微分方程式で表現される場合が非常に多い。だから**救解**は基本的仕事になる。

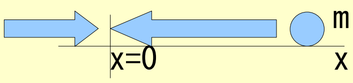
例3) $m(d/dt)^2x(t)=F(x,t)$. ⇒「位置座標≡x,は時間 t の関数、例3)は質量 m の質点に働く力≡F(x,t)の(一次元)**力学運動方程式**と言う」.

質量×加速度＝力。

$(d/dt)x(t)$＝速度, $(d/dt)^2x(t)$＝加速度と言う。

例4) $m(d/dt)^2x(t)=-kx(t)$. ⇒「質量 m に働く力≡$F(x,t)=-kx(t)$, k は比例定数。F は**バネ**で変位 x 大なるに比例して大きくなる。運動は**振動状態**になる。③(7)の三角関数の項を参照。

$F=-kx$



例5) **流行に踊る人**≡N(t)は時間 t の関数で, 単位時間当たりの増加率 (d/dt)N(t)は N(t)に比例する。⇒ $(d/dt)N(t)=kN(t)$.　⇒　$N(t)=N_0\,e^{kt}$。<**鰻上り, バブル**>.

例6) **投資者数**≡N(t)は時間 t の関数で, 単位時間当たりの減少率 (d/dt)N(t)は **退却者人総数**$(N_0-N(t))$に比例。⇒ $\mathbf{-(d/dt)N(t)=k\langle N_0-N(t)\rangle}$.

$\mathbf{N(t)=N_0-Be^{kt}}$.　<微分方程式が現実か否かは？！、**鰻下がり, バブル崩壊??**]>.

⇒ $-(d/dt)N(t)=kBe^{kt}=k\langle N_0-N(t)\rangle$。 @ $\{N_0, B\}$ は初期条件でどう決まる??.

例7？) 単位会計時間での(余剰 R−負債 D)増加率＝単位会計時間での(収入総和Ｉ－支出総和 P).

余剰 R、負債 D、収入総和Ｉ、支出総和 P は皆過去の時間の関数。

$\mathbf{(d/dt)[R(t)-D(t)]=I(t)-P(t)}$。**<詳細は次回の経済回路網論で>.**

❹線形代数入門<ベクトル、行列の計算法>.

売上Ｓは全商品に番号付きで価格列[$p_1, p_2, \ldots. p_N$], 売上個数量列[$n_1, n_2, \ldots n_N$]とすれば
$S = n_1p_1 + n_2p_2 + \ldots. + n_Np_N \equiv \Sigma_{k=1}^{N} p_kn_k \equiv [p_1, p_2, \ldots. p_N] \times [n_1, n_2, \ldots n_N]^{t}$ ＝転置.
上記で価格列[$p_1, . p_N$], 個数列[$n_1, . n_N$]は同じ**次元量**(価格/量；後者は量)を並べた表現でヴクトルと言う。その掛け算値(**内積**)がＳで定義される。名店売り上げ個数 vector の総和は全店舗売上個数になる(各々の k 番目成分同士の和)。現実の**多成分変数**を簡易処理?する方法として**連立方程式**の解公式等を与える**線形代数**がある。

①線形て何に？：<非線形ではｎ乗とか曲線関数が介在するので簡単には解けない>。
⑴**線形集合Ｌ：**<**a, b** がＬの要素ならばＡ, Ｂを任意定数として(Ａ **a**＋Ｂ **b**)もＬの要素>
例)上記の売上量 vector は線形集合になる。Ｌは単に１成分数から一般 vector の集合。

⑵**線形演算子Ｔ：** Ｔはの任意要素 **a** に演算して $T\cdot a = c$ もＬの要素。**a**→**c** は**一一対応**·
更に次の性質がＴの**線形性：** $T\cdot(A\,a + B\,b) = A(T\cdot a) + B(T\cdot b)$。
例)**関数の集合**は線形集合, 微分も積分も線形演算子。関数 f を関数に掛ける演算も線形。

②線形演算子Ｔの正体？！＝行列(Ｎ行×Ｎ列)：<vector は１×Ｎ, Ｎ×１の行列>
$T\cdot a = c$ から判る如く**Ｔは** vector から vector を作る。そこで $c = [c_1, c_2, . c_k. \ldots c_N]$.
$c_k = f(a_1, \ldots a_N)$, ｃの名成分はａ全成分の関数になるが, <u>次の場合以外は**線形性が不成立.**</u>

$c_k = f(a_1, \ldots a_N) = T_{k1}a_1 + \ldots + T_{kj}a_j + \ldots + T_{kN}a_N. \equiv \Sigma_{j=1}^{N} T_{kj}a_j.$ <Ｔとａの内積>

$$\begin{vmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_k \\ \\ c_N \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} T_{11} & T_{12} & & & & T_{1N} \\ & & & & & \\ T_{k1}. & T_{k2}. & T_{k3}. \ldots & T_{kj}. \ldots & & T_{kN}. \\ & & & & & \\ T_{N1} & T_{N2} & & & & T_{NN} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \\ a_{N-1} \\ a_N \end{vmatrix}$$

ここに {$T_{k1}, \ldots, T_{kj}, \ldots, T_{kN}$} は夫々皆定数である。$T_{kj}$, は二重添字に注意、行 k, 列 j はそれぞれ 1, 2, 3, . . . , N までの整数。要するに<u>**名成分** a_j **を定数** T_{kj} **倍して総和してるだけ**</u>。

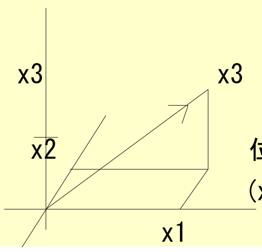
③線形連立方程式を解く。<経済だけでなく広域で線形連立方程式を解く仕事は多い>.

$$\begin{vmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_k \\ \\ c_N \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} T_{11} & T_{12} & & & & T_{1N} \\ & & & & & \\ T_{k1}. & T_{k2}. & T_{k3}. \ldots & T_{kj}. \ldots & & T_{kN} \\ & & & & & \\ T_{N1} & T_{N2} & & & & T_{NN} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \\ x_{N-1} \\ x_N \end{vmatrix} \Leftrightarrow$$

$$\begin{aligned} c_1 &= T_{11}X_1 + T_{12}X_2 + T_{13}X_3 + . + . T_{1j}xX_j + \ldots. + T_{k1N}X_n. \\ c_2 &= T_{21}X_1 + T_{22}X_2 + T_{23}X_3 + . + . T_{2j}xX_j + \ldots. + T_{2N}X_n. \\ c_k &= T_{k1}X_1 + T_{k2}X_2 + T_{k3}X_3 + . + . T_{kj}xX_j + \ldots. + T_{kN}X_n. \\ & \\ c_N &= T_{N1}X_1 + T_{N2}X_2 + T_{N3}X_3 + . + . T_{Nj}xX_j + \ldots. + T_{NN}X_n. \end{aligned}$$

右のＮ次元未知数 $x \equiv [x_1, x_2, \ldots. x_N]$ に関する係数 $T \equiv [T_{jk}, ; j, k=1, 2, 3, \ldots N]$ の連立方程式は左行列形式で書ける:**$c = T\,x$. その解は $x = T^{-1}c$.**「**T^{-1} は $T^{-1}T = T\,T^{-1} = 1$ の逆行列**」で公式あり. 1は**単位行列**で対角線成分 $T_{kk} = 1$, それ以外は全部０の行列で数の１に相当。

☞：この結果, 関数はベクトル、微分や積分演算子は行列になるがＮ=無限次元。その表現にはＮ個の内積が相互に０になる**直交関数の集合**なる物が必要。関数の内積＝∫dx<f(x)g(x)>.

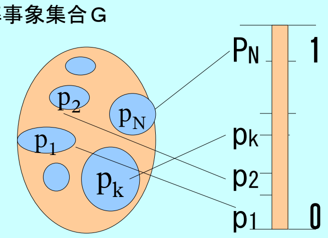


左図は３**次元直交空間**の位置座標ベクトル＝(x_1, x_2, x_3).
$(x_1, x_2, x_3) = x_1(1, 0, 0) + x_2(0, 1, 0) + x_3(0, 0, 1)$.

❺確率統計法. <u>*<統計数学入門(不偏推定法)を参照されたし>*</u>

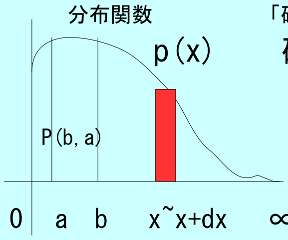
ここまで原因結果を唯一に結ぶ**因果律**を主に述べたが現実にはこれだけでは**大不足**。
そも**不完全性定理**の意味でも根源から確率現象が発生してる事も指摘❶④した。実際の場では原因要素が大量になる事等で**情報掌握の不足を前提せねばならない<❶④>**.
不完全現象：原因{A} ➡ **結果**{$B_1, B_2, B_3, \ldots\ldots, B_k, \ldots\ldots, B_N,$}、<<u>**そもAに不確定がある！**</u>>

確率事象集合G



左図では
確率事象と
確率値が
一対一対応。

分布関数



「確率事象を指名するのが確率変数x、
確率変数が $x \sim x+dx$ に
ある確率値＝$dx \cdot p(x)$
$P(b,a) = \int_a^b dx \cdot p(x)$」.
$\int_0^\infty dx \cdot p(x) = 1$.

①**確率統計性の由来**：
(a)ミクロ世界＝素粒子原子核.化学分子系での(**反応過程等**)は確率統計論で記述される.
(b)工学や経済の**複雑系現象**では「因果的要因の中に**不確定要因混在**」[1]が不可避的にある。
(c)詳細因果解析でなく結果観測から帰納的結論を図る低価格信頼性あるのが**統計解析法**。

②確率分布関数を決定する大問題：(本項は重大だが(2)(c)以外は筆者経験無し)

根源の不完全性から確率化派生が判明し,**確率値存在**はtaughtology的に証明できる。だが先験確率値は与えない。物質根源の量子力学は反応確率値等を先験提供(理論)、だが**現実の超多体系**となると直接計算不可能,平衡状態統計力学では逆に混沌最大値原理(1)(2)から情報獲得。問題とするマクロ日常現象(**確率事象集合＝統計母集団G**)は<u>**確率モデル理論と現実経験論の双方から確率分布を推計してる**</u>。

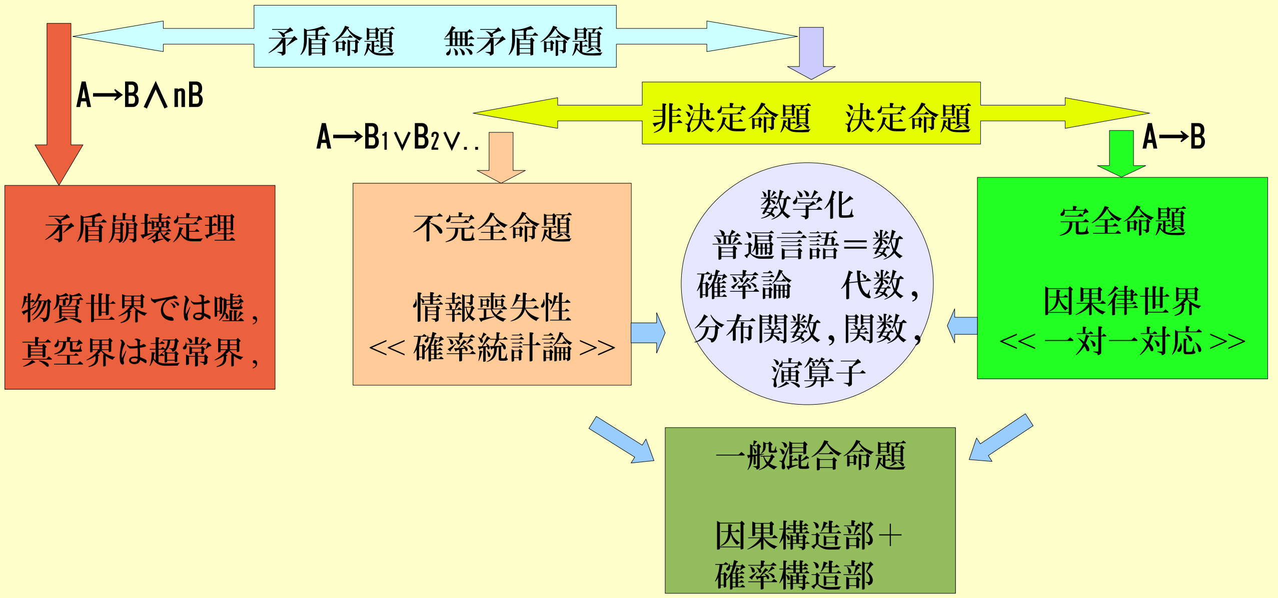
(1)**情報量Sと確率：**$S(p_1, p_2, p_3, \ldots\ldots, p_N) = k_B \Sigma_{k=1}^{N} p_k \cdot \log(1/p_k)$. **<$k_B$はBoltzman定数>.**
(2)**不偏推定法本論：**<詳細は参考書4).拘束式は種々の平均値線形関数$E = \Sigma_{k=1}^{N} p_k E_k$>。
確率に関わる**部分情報が存在**,その拘束条件下で**S最大値**が実現<気体,固体の統計力学>.

(3)**確率モデル理論と現実経験論の双方から確率分布を推計：**
(a)**二項分布と正規分布：<母集団**≡無制限試行回数での確率値が確立した確率事象集合G>
事象B確率＝p,¬B確率＝1-p≡qの母集団でN回試行時の実現回数nの確率P(n;N).
二項分布：$P(n;N) = {}_N C_n p^n q^{(N-n)} = p^n q^{(N-n)} N!/n!(N-n)!$。
正規分布：上記分布で $x \equiv n-Np \equiv n-m$, $\sigma^2 \equiv Npq$ として$n!$その他に近似式を使用して、
<$N \to \infty, P(n)$> ⇒ $f(x) = \exp[-(x-m)^2/2\sigma^2]/\sigma\sqrt{(2\pi)}$。<**m≡平均値, σ≡偏差値**>.

(b)**中心極限定理：**<安易に適用するのは危険と言う指摘[3]もあるが**正規分布は頻出**>.
各自独立な{**平均値<x_k>と分散<σ_k>**}**が確定する任意分布関数**$f_k(x_k)$が$k=1,2,\ldots,N$個あると各確率変数の"**加算的"平均確率変数**：$x \equiv \Sigma_{k=1}^{N} x_k/N$は<u>N→∞で**正規分布**になる</u>。
$f(x) = \mathbf{N}[N \to \infty, \langle x \rangle \equiv \Sigma_{k=1}^{N} \langle x_k \rangle/N\,;\, \langle \sigma^2 \rangle \equiv \Sigma_{k=1}^{N} (\langle \sigma_k{}^2 \rangle/N^2)]$。<<u>証明はここ！</u>>

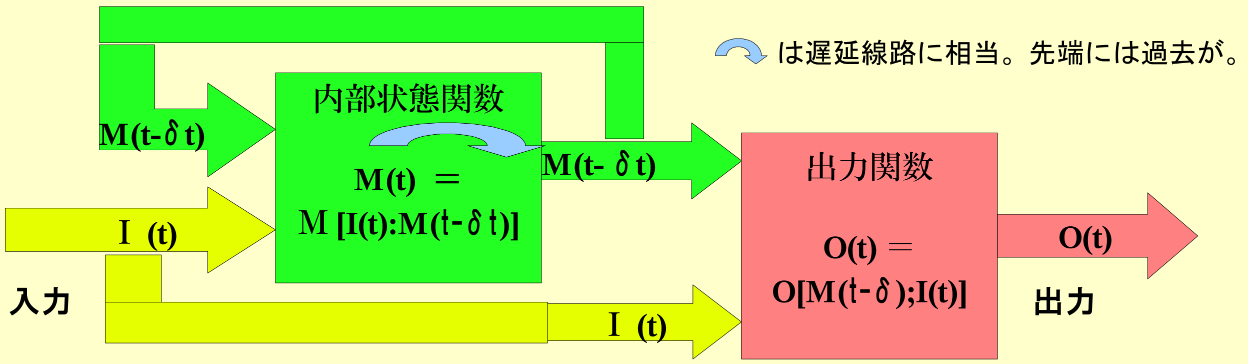
(c)**χ自乗分布[1]：**
少数n個の標本観測から平均値M_nと偏差値σ_nを得た時,目的とする**母集団の偏差値σ**を指定確率の下で推計できる。逆に観測に必要な**サンプル個数**が判る。

－付録１：矛盾と無矛盾、決定完全命題、非決定不完全命題と論理・数学構造－



－付録２：関数概念の超拡張系(オートマトン≡自動系<擬似生命模型>)－

関数概念は**コンピュター**や果ては**生物, 社会?**までも模擬可能。これ等は外部**入力Ｉ**に応じて相応の**出力Ｏ**を結果するのだが、出力は入力と**内部状態Ｍ**双方の関数になる。内部状態は**自身出力**と入力の双方の関数になる。<u>内部状態はプログラム, 記憶, 本能, 歴史等に相当.</u>



☞：M(t)には時間遅れ要素 δt.

計算機は外部キ−操作等(**入力Ｉ**)とプログラムとデタ(**内部状態Ｍ**)から論理判断. 計算結果(**出力Ｏ**)をする。その結果は内部記憶状態Ｍをも書き換える。変数ｔは時刻を意味。

生命は外部状況(**入力Ｉ**)と己希望と経験(**内部状態Ｍ**)から行動選択(**出力Ｏ**)する。行動とその結果も経験内部状態Ｍとしての記憶を書き換える事に関与と言う具合。

政治は外部干渉要因Ｒと政策結果O_pが**市民生活状態**M_cを決定、それが次の政治希望O_c＝I_pを出力決定。そのI_pを政治に入力、政治は過去歴史としての[政治思想, 財政, 法制度体制等の**政治体制内部状態**]＝M_pと政策希望I_pから政策結果O_pを出力。政策結果O_pは自身の内部状態M_pを一部改める事にもなる。政治では「内部状態」が二つある。
政府体制M_pと国民M_cそれぞれに。現実には**不完全情報要素(確率)**が入る。

文献:1)田島etal, 統計数値解析, 培風館, 1969.
2)宇田川, 応用確率論入門, オーム社, 1964
3)A.B.Carlson, Comunication system, Magrawhill, 1968
4)H.Haken, 共同現象の数理, 東海大出版. 1980.

<これは完全なリストでもないし, 読者推奨の意味もなし>.